

Déjame contarte

Algunas
historias
sobre
matématicas

Günter M. Ziegler

b
i
b
l
i
o
t
e
c
a
ESTÍMULOS MATEMÁTICOS



Real
Sociedad
Matemática
Española



Darf ich Zahlen?: Geschichten aus der Mathematik, de Gunter Ziegler © 2010 by Piper Verlag GmbH, München.

Dirección del proyecto: Adolfo Sillóniz

Diseño: Dirección de Arte Corporativa de SM

Traducción: David Garcés Urzainqui

Corrección: Juana Jurado

Edición: Fernando Barbero

Fotografía: Sven Paustian

© Real Sociedad Matemática Española y Ediciones SM

Revisión científica: Fernando Barbero y Luis Hernández Corbato

Editor General de la Real Sociedad Matemática Española: Alberto Ibort

Responsable de la Real Sociedad Matemática Española de la colección: Luis Hernández Corbato

Comisión de la Real Sociedad Matemática Española

Luis Hernández Corbato
ICMAT, Madrid

María Pe Pereira
ICMAT, Universidad Complutense de Madrid

Miguel Domínguez Vázquez
ICMAT, Madrid

Óscar Rivero Salgado
Universitat Politècnica de Catalunya

Javier Fresán Leal
ETH, Zurich

Juanjo Rué Perna
Universitat Politècnica de Catalunya

María Moreno Warleta
IES Alameda de Osuna, Madrid

Blanca Souto Rubio
Colegio Ágora, Madrid

Debido a la naturaleza dinámica de internet, SM no puede responsabilizarse por los cambios o las modificaciones en las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que se remite en este libro.

ISBN: 978-84-910-7318-5

Depósito legal: M-760-2018

Impreso en España / *Printed in Spain*

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

Gracias a Britta Egetemeier por su entusiasmo, a Elke Pose por cubrirme las espaldas, a Thomas Vogt por tantos buenos consejos y a Thorsten Heldmann por todo lo que no son matemáticas.

“He cometido el mismo error que los artistas llevan cometiendo desde los tiempos de la antigua Grecia: situar las matemáticas junto a las artes como su sirvienta. Es una posición modesta, honorable y muy necesaria, puesto que la exactitud se halla en la base de todas las artes. Pero las matemáticas son tanto la hermana como la sirvienta de las artes, y están tocadas de la misma locura y el mismo genio. Es algo que hay que saber”.

Marston Morse, *Mathematics and the Arts*, 1950

Índice

Prefacio	7
Capítulo 1. Sobre la recta numérica	9
• 3. ¿Saben contar las abejas?	9
• 5. ¿Saben sumar las gallinas?	11
• 10. Y el nombre de la rosa	12
• 13. ¿Mala suerte?	15
• 42. ¿La respuesta a todo?	18
• 91. Los números del hueso	20
• 1729. El taxi de Hardy	23
• 119/100. Un alto porcentaje	24
• π . ¿Bello como la Mona Lisa?	24
• $\sqrt{-1}$. La mala reputación	27
• \aleph_0 . Al final de la recta numérica	28
Capítulo 2. La historia interminable de los números primos	31
• Euclides sigue teniendo razón	31
• ¿Cuántos números primos hay?	32
• El error de Fermat	34
• El “Mozart de las matemáticas” aprovecha un error	35
• De nuevo en busca de un error	37
• Un millón muy bien asegurado	39
Capítulo 3. La mirada matemática	41
• Estimaciones	41
• Números aleatorios	43
• Por encima de la media	46
• La integridad de los números	48
Capítulo 4. ¡Cuidado, fórmulas!	51
• ¿Fórmulas para todo?	51
• El Índice de Masa Corporal	54
• El caso Huntington	56
• ¡Pitágoras vive!	59
• Fórmulas como arte	61
Capítulo 5. Los pequeños enigmas	63
• Sudokus	63
• $3x+1$	66
• El monstruo perfecto	68
• Los grandes enigmas	69

Capítulo 6. Donde nacen las matemáticas	75
• En el escritorio	75
• En la máquina de café	76
• En un café	77
• En el ordenador.....	79
• En la cama	81
• En la iglesia.....	82
• En el cautiverio.....	83
• En una buhardilla de Princeton	84
• En la playa	86
• En un paraíso con biblioteca.....	87
• El saber en <i>arXiv</i>	88
• ¿Investigación en internet?.....	89
Capítulo 7. El LIBRO de las demostraciones	91
• Sobre las demostraciones	91
• Sobre los errores.....	95
• Sobre las demostraciones por ordenador.....	96
• Sobre la precisión.....	98
• Sobre las sorpresas	100
Capítulo 8. Tres leyendas	103
• Matemático contra matemáticos	103
• ¿La culpa fue de la Kovalévskaya?	105
• La desaparición de Alexander Grothendieck.....	110
Capítulo 9. ¿Qué clase de gente es esa?	113
• Paul Erdős: un viajero	114
• Gian-Carlo Rota: un provocador.....	117
• Persi Diaconis: un mago.....	119
• Daniel Biss: un político.....	121
• Caroline Lasser: una compañera.....	123
Capítulo 10. Lo que los matemáticos saben hacer	125
• Autoestima y visiones.....	127
• “Desgraciadamente, difíciles”: materia para héroes	128
• A la caza del récord.....	131
• Sabes más matemáticas de lo que te crees.....	133
• “Las matemáticas son...”	134
¡A leer!	135
Sobre el autor	143

Prefacio

¿Qué es “hacer matemáticas”?

“Déjenme dar algunos números y hacer algunas cuentas para centrar el debate” es una frase maravillosa de la que todo tertuliano experimentado debería disponer en su arsenal. Mi intención inicial era emplearla como título del libro, pero mi editor se negó con el endeble argumento de que sería demasiado largo. Finalmente, nos pusimos de acuerdo en la versión abreviada que puede encontrar en la portada.

Dar algunos números, ¿y después qué? Después, sencillamente, ahí se quedan.

También podría haber llamado a este libro ¿Qué es hacer matemáticas? Sin embargo, ya existe una obra de Richard Courant y Herbert Robbins con ese título. Algunos asuntos en torno a este libro son dignos de mención, por ejemplo, que Courant escogió ese título algo sensacionalista por recomendación de Thomas Mann. Al margen de que Thomas Mann ya no podía serme de ayuda en la elección del título, tampoco quería escribir un libro de matemáticas clásico, como el de Courant y Robbins, en el que se presentasen las matemáticas; los conceptos, ideas, reflexiones, investigaciones y resultados matemáticos.

Mi libro va de *hacer matemáticas*, que es algo muy distinto. Pruebe a cambiar *matemáticas* por *el amor*: ¿Qué es el amor? ¿Qué es hacer el amor? De esto último tenemos una idea muy concreta, pese a que *hacer el amor* no es otra cosa que una mala traducción. El libro trata de las personas que se esconden tras los números y de los lugares en los que se hacen matemáticas. Va de la lucha con la precisión, de la tenacidad, los errores y el gusto por los detalles; va de grandes emociones, de los problemas que hacen que esa lucha merezca la pena, de reconocimientos y de premios.

Este libro es un viaje al mundo de los matemáticos. No se trata de un mundo secreto aparte, el mundo de los matemáticos es *nuestro* mundo. Las matemáticas no son ni mucho menos algo lejano y abstracto que se conoce y se odia en la escuela, sino que delimitan las líneas de fondo y los banderines de córner de un campo de juego por el que todos nos movemos de forma totalmente despreocupada. Un campo que pisamos incluso antes de aprender a contar: uno, dos, tres. ¿Se da cuenta de que las matemáticas nos acompañan desde la primera vez que nos atamos los cordones

hasta que no nos queda más remedio que recurrir a una prótesis de rodilla? Hay matemáticas en casa, en la comunicación, en el tráfico y en la predicción del tiempo (sobre todo cuando acierta).

El mundo de los matemáticos tampoco es nada que le deba resultar extraño: hallará en este libro todas las secciones de las que periódicos y revistas se ocupan a diario porque son interesantes: famosos, historia, viajes, política, ciencia y tecnología, un poquito de esoterismo, el tiempo, enrevesados enigmas y una mirada al futuro. Obviamente, a la hora de determinar el enfoque principal, me he guiado un poco por mis propios intereses, predilecciones y aversiones; digamos que he dibujado una imagen de este amplio y fascinante mundo de las matemáticas y del quehacer matemático, *tal y como yo lo veo*. Mírelo como un viaje a la aventura con un guía turístico personal. ¡Bienvenido a bordo!

Capítulo 1

Sobre la recta numérica

“Todo es número”, el lema escogido por los pitagóricos, condensaba la creencia de que las leyes del universo pueden ser comprendidas y expresadas mediante números. En realidad, es algo que todavía seguimos creyendo, y no sin motivo.

Pero si los números son tan fundamentales, entonces no nos queda más remedio que preguntarnos ¿qué son y para qué sirven los números? Esta cuestión puede parecer tonta o ingenua, pero no lo es. Fue formulada así por el matemático Richard Dedekind y no tiene una respuesta obvia. De hecho, no puede tenerla: quizá sea posible captar las leyes del universo con números, pero está claro que “uno, dos, tres” no bastan para ello, ya que incluso los números llamados *naturales* (uno, dos, tres, etc.), que tan maravillosamente concretos y *evidentes* nos resultan, nos plantean problemas. Problemas filosóficos, por supuesto, pero también problemas muy concretos.

Por tanto, insisto: ¿qué son los números?, ¿algo que designa cantidades? ¿Es entonces $\frac{1}{2}$ un número?, ¿y -1 ?, ¿y $\sqrt{2}$? ¿Algo con lo que se puede contar? ¿Es entonces “infinito” un número? ¿Algo con lo que se puede calcular? ¿Un dominio en el que se pueden resolver ecuaciones? ¡Luego la “unidad imaginaria” $i = \sqrt{-1}$ es un número! Por si la respuesta a la pregunta no fuese ya lo bastante confusa, los matemáticos parecen no tener nunca bastante e inventan sin cesar números nuevos. ¿Se darán por satisfechos en algún momento?

3. ¿Saben contar las abejas?

Varios periódicos informaban en enero de 2009: “Las abejas saben contar hasta tres”. Detrás del descubrimiento estaban investigadores del BEEgroup de la Universidad de Wurzburg.

Sin embargo, recuerdo haber visto poco antes en otro titular que las abejas pueden contar hasta cuatro. ¿Qué está pasando?, ¿hasta tres o hasta cuatro? Esta vez, parece que la culpa no es de mi memoria, como confirma el registro mucho más amplio y fiable de Google: por ejemplo, en octubre de 2008 se podía leer lo siguiente: “Las abejas pueden contar hasta cuatro” en *netzeitung.de*, un periódico *on-line*.

Olvidemos por un momento que ya es bastante asombroso que las abejas puedan contar, sea hasta tres o hasta cuatro. Ignoremos también el misticismo que rodea a los números. Por ejemplo, como todos los números pequeños, el 3 está cargado de simbolismo. La Santísima Trinidad cristiana dice que de alguna forma el Padre, el Hijo y el Espíritu Santo forman juntos *un* Dios, o simplificando mucho, que “tres es igual a

uno”, lo que puede dar pie a todo tipo de debates de los que no nos ocuparemos aquí. Para nosotros, el 3 no es otra cosa que un número. Pero ¿qué significa?

Las dos noticias se referían a estudios distintos de científicos diferentes. En un primer intento, unas abejas fueron adiestradas para volar hacia paneles en los cuales se podían ver tres objetos dibujados, donde eran recompensadas con agua con azúcar. Las abejas aprendieron que solo recibían comida en los paneles con tres objetos, pero no en aquellos con cuatro o seis, independientemente de si los objetos en cuestión eran manzanas, flores, puntos rojos o negros. Los investigadores llegaron a la conclusión de que esas abejas habían desarrollado una noción “abstracta” del número 3, y que también podían distinguirlo del 4, ya que volaban hacia paneles con tres dibujos, pero no hacia otros con cuatro, cinco o seis. Los investigadores no consiguieron enseñar a las abejas a preferir paneles con cuatro objetos a paneles con cinco, de lo cual dedujeron que las abejas no podían distinguir entre el 4, el 5 y el 6. De ahí la noticia de que las abejas saben contar hasta tres, un notable logro para animalitos con un cerebro del tamaño de un grano de sésamo: los chimpancés y los seres humanos pueden captar hasta *cuatro* objetos de un vistazo, pero no más. Está demostrado que para registrar cinco o más objetos no basta con una mirada, debemos contarlos por pasos.

¿Debemos imaginarnos entonces a la espabilada abeja Maya y a su algo más atolondrado amigo Willi estirando los dedos mientras murmuran “uno, dos, tres...”? Sabemos que las abejas no tienen dedos, y que solo hablan en las películas.

Para “obligar” a las abejas a contar podemos emplear el siguiente experimento: dejamos volar a las abejas por un tubo de plexiglás con marcas e intentamos entrenarlas para que busquen comida en la tercera marca. Las marcas se realizan a intervalos distintos cada vez, para evitar que las abejas las busquen a una distancia determinada. En efecto, las abejas pueden aprender a contar hasta tres, es decir, a volar hasta la tercera marca. También pueden aprender a contar hasta cuatro, es decir, a buscar comida en la cuarta marca. Pero hasta ahí llega la capacidad de contar de las abejas, por muy pacientemente que se las trate de amaestrar.

Así fue como llegó a los periódicos alemanes la noticia “Las abejas saben contar hasta cuatro”, llevando quizá al perplejo lector que un par de semanas más tarde se topaba con que “Las abejas saben contar hasta tres” a preguntarse “¿Saben contar los periodistas?”. Al margen de esto, el profesor Srivasanan, uno de los responsables del experimento, explica que hay abejas que aprenden más rápido y otras que lo hacen más despacio, algunas más avisgadas y otras algo torpes. No nos sorprende. Aun así, seguimos teniendo cariño a Willi.

Pero ¿saben también las abejas qué es *realmente* el número 3? Esta es una fecunda cuestión filosófica que no podemos dejar a estos laboriosos insectos. Naturalmente, aportar conceptos claros para responder limpiamente a estas preguntas es algo de lo que se ocupan los fundamentos de las matemáticas. Sin embargo, las respuestas no están claras desde tiempos inmemoriales ni fueron obtenidas en diálogos intermi-

nables en la antigua Grecia. Solo hacia finales del siglo XIX, la teoría de conjuntos desarrollada por Georg Cantor estableció la diferencia entre los números cardinales y los números ordinales. Los primeros describen el tamaño de un conjunto: un conjunto tiene uno, dos, tres o más elementos; representan pues una cantidad. Los segundos los obtenemos al ordenar..., y después contar: ¿qué posición ocupa un elemento en una secuencia? Hay una marcada diferencia entre ambos conceptos, incluso cuando son abejas las que cuentan. Solo los periodistas y sus titulares no lograron apreciarla. Tampoco es fácil.

No obstante, ¿debe impresionarnos que las abejas sepan contar hasta cuatro? Realmente, no. Es mucho más impresionante la danza que realizan para indicar a sus congéneres dónde encontrar comida. La danza tiene su aquel: dibujando líneas onduladas al bailar moviendo el abdomen, las abejas comunican a sus compañeras el ángulo respecto al sol que deben seguir para encontrar el camino al bufé. Claramente, a las abejas se les da mejor la geometría que la aritmética. Las matemáticas son tan diversas que todos pueden aprovechar sus habilidades...

5. ¿Saben sumar las gallinas?

Otro titular que socava nuestra presunta hegemonía matemática: “Los pollitos saben calcular –por lo menos hasta cinco–”. Lo han descubierto una científica italiana llamada Rosa Rugani y sus colaboradores. La noticia recorrió el mundo el 1 de abril de 2009, con el aviso explícito de que no se trataba de una de las bromas que los medios de comunicación anglosajones suelen difundir en esa fecha camufladas como noticias reales, de manera similar a lo que sucede en España con motivo del Día de los Inocentes. La British Broadcasting Corporation (BBC) la publicó en su página web con el titular sensacionalista “Baby chicks do basic arithmetic”, ilustrado con unas fotografías muy tiernas de pollitos. La noticia remitía a una supuesta publicación académica al respecto en el prestigioso *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*.

En efecto, tras una breve búsqueda en Google encuentro la página web correspondiente al artículo científico, publicado *on-line* también el 1 de abril. En el mismo se afirma que Rosa Rugani habría podido demostrar con un experimento muy ingenioso que los pollitos, incluso recién salidos del cascarón, son capaces de hacer de cabeza (cómo si no) operaciones matemáticas como $2 + 3 = 5$.

No me lo acabo de creer, y estoy intranquilo. ¿Estos animalitos saben matemáticas? ¿Es una inocentada de abril o no? Probemos a tomárnoslo en serio, lo cual implicaría que al menos algunas operaciones matemáticas muy primitivas como la suma no solo son un juego de niños, sino que están al alcance incluso de pollitos recién nacidos. Pero ¿qué ganarían las aves con ello? Una respuesta simple sería que calcular confiere algún tipo de ventaja evolutiva. Efectivamente, creo que la inteligencia nos (!) debería dar algún (?) tipo de ventaja evolutiva (ino está demostrado!), pero ¿a los pollitos?

Así pues, pido ayuda y aclaraciones a los lectores de mi blog *Mathematik für den Alltag* (Matemáticas para el día a día, disponible en www.wissenslogs.de) en la entrada “¿Saben contar los pollitos? ¡Ayuda!”. El primer lector en hacer un comentario está completamente seguro de que las investigaciones de la Sra. Rugani son muy serias y aportan la evidencia adicional de que los pollitos son más inteligentes de lo que la gente piensa. El nombre del lector es Martin Huhn (“Martín Gallina”, si lo traducimos literalmente al español).

En ese momento me acuerdo de que ya en los años ochenta un tal Luigi Malerba nos contaba lo siguiente desde Italia: una gallina sabia quería enseñar a las demás gallinas a contar y sumar. Escribió los números del 1 al 9 en una pared del gallinero y explicó que al juntarlos se podían obtener números mucho mayores. Para enseñar a sumar a las demás, escribió en otra pared: $1 + 1 = 11$; $2 + 2 = 22$; $3 + 3 = 33$, y así sucesivamente, hasta $9 + 9 = 99$. Las gallinas se aprendieron las sumas y las encontraron muy útiles.

Ahora ya está todo claro.

10. Y el nombre de la rosa

Recientemente, un amigo me informaba con orgullo de padre sobre los últimos progresos de su hijo de dos años, que ya sabe contar hasta cinco. Lo único es que no le gusta el dos, así que cuenta “uno (breve pausa), tres, cuatro, cinco”. Ahora faltaría aclarar qué quiere decir el pequeño con “tres”. Y debemos hacerlo *rápido*, antes de que aprenda a contar correctamente.

Nos encontramos con el mismo problema en otros lugares: en los aviones, no hay una fila que lleve el número 13. Sin embargo, los pasajeros de la fila con el número 14 se ubican en la decimotercera fila (esperemos que se sientan más seguros gracias al cambio de número). En el teatro o en la ópera, la alegría de haberse hecho con unas localidades en la primera fila a menudo se esfuma al descubrir que la primera fila es en realidad la séptima, detrás de las filas A, B, C, AA, BB y CC; o al darse cuenta de que el escenario es tan alto que los asientos en una primera fila que realmente es la primera automáticamente acarrearán una inevitable tortícolis. Piense si no en la trilogía de ciencia ficción de Douglas Adams *El autoestopista galáctico*. Cuando salió a la venta el quinto volumen, decía en la portada que ese era un libro que daba “un significado completamente nuevo al concepto de trilogía”. No se puede decir que no lo haga.

La reinterpretación de los números es un fenómeno cotidiano con el que nos topamos en todas partes. A pesar de ello, a mi amigo le preocupaba visiblemente que su hijo “contara mal”. Naturalmente, podríamos contar de otra manera o incluso poner otros nombres a los números. Al fin y al cabo, tenemos una concepción bastante inamovible del significado del número 7 y de “contar hasta 7” que es completamente independiente del nombre que le pongamos al número. Concretamente, ©©©©©©©. Entonces, ¿por qué llamamos a los números como lo hacemos? ¿Son esos nombres que les

damos importantes? “¿Qué es un nombre? La rosa no dejaría de esparcir su grato aroma, aunque se llamara de otra manera”, le dice Julieta a Romeo; ¿es esto cierto también para los números? En cualquier caso, una mirada a la historia nos revela que nuestro sistema numérico, el *sistema de numeración posicional indo-árabe en base 10*, no es una elección obvia ni indiscutible. Y no faltan alternativas al respecto.

La historia del cero

El “descubrimiento del cero” suena a una minucia, pero es un importante hito cultural con consecuencias quizá más dramáticas que el descubrimiento de América (por Colón, en 1492) o de la penicilina (por Alexander Fleming, en 1928), aunque no conozcamos a los descubridores del cero. *Descubridores*, en plural, porque a lo largo de la historia de la humanidad el cero ha sido descubierto al menos en tres ocasiones, cada vez con un significado distinto: por los babilonios, que en torno al año 700 antes de Cristo ya utilizaban un símbolo con tres ganchos como “espacio vacío”; por los olmecas, y después por los mayas en Centroamérica, que (mucho antes de que Colón “descubriese” América) empleaban un símbolo para el cero en su calendario y, posteriormente, para un sistema de numeración en base 20; y, finalmente, en la India del Siglo V. Allí ya no se usaba el cero solamente como número y espacio en blanco, sino también como cifra en un sistema decimal que se empleaba para *hacer cálculos*. Debemos, pues, a un indio desconocido nuestro sistema de numeración posicional en el que 2001 designa un número con dos miles, cero centenas, cero decenas y una unidad, es decir, algo muy distinto de 201 o de 21.

El sistema de numeración posicional indio llegó a Europa Central a través del mundo árabe-islámico, con modificaciones en las cifras que no alteraron sus principios fundamentales. La leyenda atribuye un papel destacado al matemático Gerbert de Aurillac (ca. 945-1003), que fue papa con el nombre de Silvestre II entre 999 y 1003, pero no es cierto: este pontífice siguió entreteniéndose con su ábaco. El sistema de cifras entró al mundo occidental con la traducción de un libro árabe de cálculo en el siglo XII, pero solo logró imponerse gracias a la influencia de Leonardo de Pisa (conocido como Fibonacci, ca. 1170-1240), cuya obra principal, *Liber Abaci*, apareció en 1202.

El sistema decimal, y con él el cero, no llegó al “pueblo llano” alemán hasta inicios del siglo XVI. Adam Ries (ca. 1492-1559) regentaba una escuela de Matemáticas en la localidad sajona de Annaberg, que más adelante sería heredada por su hijo. Su segundo libro de aritmética, *Cálculo con líneas y plumas*, enseñaba a calcular no solo con el ábaco (“con líneas”), sino también en el sistema decimal indo-árabe (que se escribía “con la pluma”). Fue un auténtico e inesperado *best seller* con al menos 120 ediciones y sirvió como libro de texto hasta bien entrado el siglo XVII. Desde entonces y hasta hoy, los alemanes se refieren a él para certificar que una operación ha sido realizada correctamente: $120 + 69$ suman 189, “según Adam Ries”.



Sobre el autor

Günter M. Ziegler (München, 1963) es catedrático y director del grupo de geometría discreta en la Universidad Libre de Berlín y conocido por sus investigaciones en geometría, particularmente en el estudio de politopos en dimensión alta. Ha dirigido un total de 33 tesis doctorales.

Su carrera científica ha sido objeto de numerosas distinciones entre las que sobresale el Premio Leibniz (2001), máximo galardón otorgado por la Fundación Alemana por la Investigación, el Premio Chauvenet (2004) de la Sociedad Matemática Americana, un proyecto ERC Advanced Grant en el año 2010, el Premio de ciencias de Berlín del año 2017.

Fue presidente de la Sociedad Matemática Alemana (2006-2008). Actualmente es miembro de la Academia Alemana de Ciencias, miembro de la Sociedad Americana de Matemáticas y director (por segunda vez) de la Berlin Mathematical School.

Ziegler destaca también en su labor divulgadora. Cuenta con varios libros entre los que sobresale "Proofs from THE BOOK", escrito junto al profesor Martin Aigner, traducido ya a 14 idiomas y por el que sus autores han obtenido el premio Steele 2018.

Otros títulos de la colección Estímulos Matemáticos

- **Círculos Matemáticos**

DMITRY FOMIN, SERGEY GENKIN e ILIA ITENBERG

- **Desafíos matemáticos**

Propuestos por la Real Sociedad Matemática Española en su centenario

Coordinado por ADOLFO QUIRÓS

- **Soluciones ¡Ajá!**

Soluciones ingeniosas para 100 problemas en apariencia difíciles

MARTIN ERICKSON

- **Gardner para principiantes**

Enigmas y juegos matemáticos

Coordinado por FERNANDO BLASCO

- **Lilavati**

Matemática en verso del siglo XII

BHASKARA ACHARYA

Versión adaptada y ampliada por ÁNGEL REQUENA y JESÚS MALIA

- **Orisangakus**

Desafíos matemáticos con papiroflexia

MARÍA BELÉN GARRIDO

- **Matemáticas de 3 a 7 años**

La historia de un Círculo Matemático para niños

ALEXANDER ZVONKIN

- **Gardner para aficionados**

Juegos de matemática recreativa

Coordinado por FERNANDO BLASCO